- HỆ THỐNG KIẾN THỨC L 6, 7, 8, 9 VÀ PHƯƠNG PHÁP CHƯNG MINH HÌNH HỌC -

CHỨNG MINH ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU:

1/ Xét 2 tam giác bằng nhau.
2/ 2 cạnh bên tam giác cân . 3/ Cùng bằng 1 đoạn thứ 3..
4/ Tính 2 đoạn thẳng đó.
5/ Hai đường chéo hình thang cân, hình chữ nhật, 2 cạnh đối hình bình hành…
6/ 2 Δ có d.tích =nhau, 2 cạnh đáy =, thì 2 đường cao = nhau

CHỨNG MINH 2 GÓC BẰNG NHAU:

C1: 2 góc đối đỉnh. C2: 2 góc đáy 1 tam giác cân
C3: 2 góc ở vị trí so le trong, đồng vị tạo bởi 2 đường thẳng //.
C4: 2 góc cùng bằng hoặc cùng phụ với 1 góc thứ 3.
C5: Góc của 1 tứ giác đặc biệt (2 góc đối của hình bình hành,2 góc đáy hình thang cân)
C6: 2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung ; gnt và góc giữa ttuyến và dây cùng chắn 1 cung…
C7: 2 góc tương ứng của 2 Δ đồng dạng, 2 Δ bằng nhau.

TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG

C1: Định lý PYTAGO
C2: Các hệ thức lượng trong tam giác vuông
C3: 2 tam giác đồng dạng – tỉ số đồng dạng
C4: Định lý TALET và hệ quả
C5: Đường trung bình trong tam giác
C6: Tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông

$$\sin\frac{Đ}{H};\cos\frac{K}{H};\tan\frac{Đ}{K};\cot\frac{K}{Đ}$$

CHỨNG MINH 2 TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG : tỉ số đdạng :k

C1: Có 2 cặp góc bằng nhau (g.g) C2: 3 cặp cạnh tỉ lệ (c.c.c)
C3: Có 2 cặp cạnh tỉ lệ, xen giữa là 1 cặp góc bằng nhau (c.g.c)
*Tỉ số chu vi 2Δ đdạng = tỉ số đdạng k . Tỉ số dtích 2Δ đdạng = k^2.

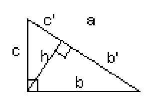
CHỨNG MINH 2 TAM GIÁC BẰNG NHAU:

1. G.C.G. (2 góc kề trên 1 cạnh)
2. C.G.C. (góc xen giữa 2 cạnh) 3. C.C.C.
4. TAM GIAC VUÔNG

C1: 1 cạnh huyền, 1 góc nhọn
C2: 1 cạnh huyền, 1 cạnh góc vuông

ĐỊNH LÝ TALET: MN // AC $\Leftrightarrow \frac{BM}{BA}=\frac{BN}{BC}=\frac{MN}{AC}$ (thuận-đảo)

HỆ THỨC LƯỢNG Δ VUÔNG $a^2 = b^2 + c^2$ (Pytago)

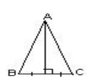


$h^2 = b'c'$
$b^2 = ab'$; $c^2 = ac'$
a.h =b.c
$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$

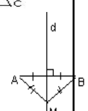
CÁC ĐƯỜNG TRONG TAM GIÁC

3 đường trung tuyến đồng qui tại trọng tâm G (AG=2/3AM)
3 đường phân giác đồng qui tại tâm đường tròn nội tiếp Δ
3 đường trung trực đồng qui tại tâm đường tròn ngoại tiếp Δ
3 đường cao đồng qui tại trực tâm.

CÁC ĐỊNH LÝ HỆ QUẢ QUAN TRỌNG



a. Trong tam giác cân đường trung tuyến kẻ từ đỉnh cũng là phân giác, đường cao, trung trực.
b. Δ có đường trung tuyến ứng với 1 cạnh và bằng nửa cạnh ấy là tam giác vuông

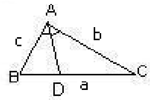


c. Đường trung trực của đoạn thẳng vuông góc với đoạn thẳng tại trung điểm của nó. Những điểm cách đều 2 đầu đoạn thẳng thì nằm trên đường trg. trực đ. thẳng ấy.
d. Đường chéo của hình vuông cạnh a là $a\sqrt{2}$.
e. ĐườngcaotrongΔđềucạnh a là a$\sqrt{3}$/2.DTΔđều cạnh a là $a^2\sqrt{3}/4$

Δ đều nội tiếp (O;R) có cạnh $R\sqrt{3}$,có 3 góc ở tâm chắn 3 cung 120^0

Hình vuông nội tiếp (O;R) có cạnh $R\sqrt{2}$, 4 cạnh căng 4 cung 90^0

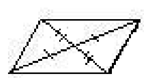
f. Tổng 3 góc của Δ bằng 180^o.
g. Tổng 4 góc trong tứ giác bằng 360^o.
h. Nếu a, b, c là 3 cạnh của Δ thì a + b > c > a-b
i. T/C đường p.giác (AD) trong Δ: $\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}$



CHỨNG MINH HÌNH THANG CÂN

1. Hình thang (2 cạnh //) có 2 đường chéo bằng nhau
2. Hình thang có 2 góc kề 1 đáy bằng nhau

CHỨNG MINH HÌNH BÌNH HÀNH

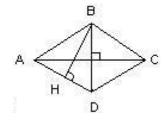


1. 2 cặp cạnh // .
2. 2 cặp cạnh đối bằng nhau
3. 1 cặp cạnh vừa // vừa bằng nhau
4. 2 đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

CHỨNG MINH HÌNH CHỮ NHẬT

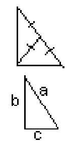
1. Tứ giác có 3 góc vuông.
2. Hình bình hành có 1 góc vuông
3. Hình bình hành có 2 đường chéo bằng nhau
4. Hình thang cân có 1 góc vuông

CHỨNG MINH HÌNH THOI



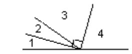
1. Tứ giác có 4 cạnh bằng nhau
2. Hình bình hành có 2 đường chéo vuông góc
3. HB hành có 2 cạnh kề bằng nhau
4. HB hành có 1 đường chéo là đường phân giác

CHỨNG MINH HÌNH VUÔNG

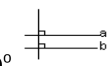


1. Hình chữ nhật có 2 đường chéo vuông góc
2. Hình chữ nhật có 2 cạnh kề bằng nhau
3 Hình chữ nhật có 1 đường chéo là đường phân giác
4. Hình thoi có 1 góc vuông 5. Hình thoi có 2 đường chéo = nhau

CHỨNG MINH 1 GÓC VUÔNG

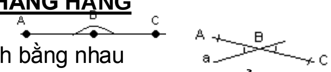


1. Δ có 2 góc nhọn phụ nhau
2. 2 đường phân giác của 2 góc kề bù thì $\perp$ nhau
3.Δ có đường trg tuyến ứng với 1cạnh và bằng ½ cạnh ấy là Δ vg.
4. Δ có b. phương 1 cạnh = tổng b. phương 2 cạnh kia là Δ vuông
5. Chứng minh đường cao trong Δ; đường trung trực đoạn thẳng
6. a // b, a $\perp$ c => b $\perp$ c
7. Đường chéo hình thoi, hình vuông thì $\perp$ nhau



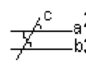
8. Góc nội tiếp chắn ½ đường tròn có số đo = 90^o

CHỨNG MINH 3 ĐIỂM THẲNG HÀNG

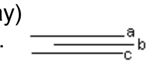


1. 3 điểm tạo góc bẹt
2. Có 2 góc ở vị trí đối đỉnh bằng nhau
3. 3 điểm tạo2 đoạn cùng $\perp$(hay cùng //)với 1đ thẳng thứ 3
4. Có 1 góc nội tiếp bằng 90^o

CHỨNG MINH 2 ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

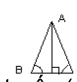


1. 2 đường thẳng cùng vuông góc với 1 đường thẳng thứ 3
2. 2 đường thẳng tạo với đường thẳng thứ ba 2 góc so le trong = nhau, 2 góc đồng vị = nhau, 2 góc trong cùng phía bù nhau
3. Đường trung bình trong Δ, hình thang (// cạnh đáy)
4. 2 đường thẳng cùng // với đường thẳng thứ ba…



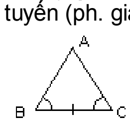
5. Đ lí đảo cuả đ lí Talet

CHỨNG MINH TAM GIÁC CÂN



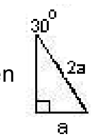
1. Có 2 cạnh bằng nhau
2. Có 2 góc bằng nhau
3. Có 1 đường cao cũng là đg. trung tuyến (ph. giác, trung trực)

CHỨNG MINH TAM GIÁC ĐỀU



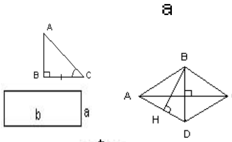
1. Có 3 cạnh bằng nhau.
2. Có 2 góc 60^o.
3. Tam giác cân có 1 góc 60^o.

CHỨNG MINH NỬA TAM GIÁC ĐỀU



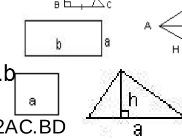
1. Là Δ vuông có 1 cạnh góc vuông bằng ½ cạnh huyền
2. Là Δ vuông có 1 góc bằng 30^o hay 60^o

CHỨNG MINH TAM GIÁC VUÔNG CÂN

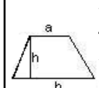


1. Δ vuông có 2 cạnh = nhau.
2. Δ vuông có 1 góc 45^o.
3. Δ cân có 1 góc đáy 45^o.

CHU VI DIỆN TÍCH TG ĐẶC BIỆT

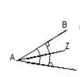


1.HCN: chu vi =(d+r).2 ;diện tích = d.r = a.b
2.H. vuông: chu vi 4a, diện tích: a^2
3.H.thoi: chu vi 4a, diện tích: S= AD.BH=1/2AC.BD
4.Tam giác: chu vi=tổng 3 cạnh, d.tích=a.h/2

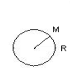


5.HBH: chu vi = tổng 4 cạnh=(a+b).2, diện tích = a.h
6.H.thang: chu vi = tổng 4 cạnh, d.tích = ½(đáy lớn + đáy bé).cao,
7.T.giác có 2 chéo $\perp$: dt S =1/2 tích 2 đ.chéo

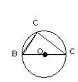
CÁC DẠNG QUỸ TÍCH CƠ BẢN:



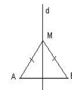
1. Quỹ tích những điểm di động luôn cách đều 2 cạnh của 1 góc là đường phân giác góc ấy
2. Quỹ tích những điểm di động luôn cách 1 đường thẳng cố định 1 khoảng cách không đổi là 2 đ. thẳng // với đường thẳng đó.



3. Quỹ tích những điểm di động luôn cách1 điểm A cố định 1 khoảng cách không đổi R là đường tròn tâm (A ; R)



4. Quỹ tích những điểm di động luôn nhìn 1 đoạn cố định dưới 1 góc vuông(hay 1 góc α) là đ.tròn, đ.kính là đoạn đó (hoặc 2 cung tròn đối xứng qua đoạn đó).

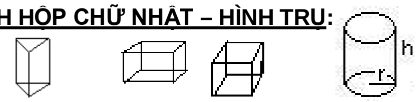


5. Q.tích những điểm di động luôn cách đều 2 đầu 1 đoạn thẳng cố định là đường trung trực của đoạn đó.
6. Ngoài ra còn 1 số dạng ngoại lệ khác. V.D: di động trên 1 đ.thẳng $\perp$ với 1 đ.thẳng cố định tại 1 điểm cố định.

HÌNH LĂNG TRỤ - HÌNH HỘP CHỮ NHẬT – HÌNH TRỤ:

-S_{xq} = chu vi đáy x cao

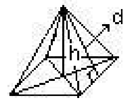
-V = DT đáy x cao



HÌNH CHÓP ĐỀU:

-$S_{xq} = \frac{1}{2}$ chu vi đáy X Trung đoạn d

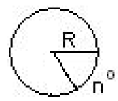
- V = $\frac{1}{3}$ Sh. ($\frac{1}{3}$DTĐ x cao)



**** ĐƯỜNG TRÒN TÂM O, BÁN KÍNH R:**

Chu vi = C = $2\pi R = d\pi$, Diện tích = S = $R^2\pi$

Độ dài 1 cung l $= \frac{\pi R n^o}{180^o}$, $S_{quạt} = \frac{\pi R^2 n}{360^o} = \frac{lR}{2}$

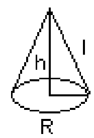


*** HÌNH NÓN:**

$S_{xq} = \pi Rl$ ($\frac{1}{2}$ chu vi đáy x đường sinh)

$S_{tp} = Sxq + S_đ$

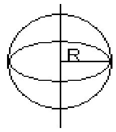
V = $\frac{1}{3}\pi R^2 h$ ($\frac{1}{3} S_đ$. cao)



*** HÌNH CẦU:**

S = $4\pi R^2$

V = $\frac{4}{3}\pi R^3$.

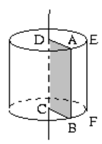


**** HÌNH TRỤ:**

$$S_{xq} = 2\pi rh$$

$$S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$v = Sh = \pi r^2 h$$



****CHỨNG MINH TỨ GIÁC NỘI TIẾP:**

1/.Tứ giác có tổng2 góc đối =180^o(tâm ĐTNT là giao điểm 3đttrực)

2/. Tứ giác có 2 đỉnh cùng nhìn 1 cạnh dưới cùng 1 góc α (hoặc 1 góc vuông -tâm ĐTNT là trung điểm đoạn đó)

3/.4 điểm cách đều 1 điểm cố định.

4/ Tứ giác có góc ngoài bằng góc trong ở đỉnh đối diện.

(C/m 5 điểm cùng $\in$ 1 đường tròn ta c/m có 2 tứ giác nội tiếp).

Chú ý: Hình thang nội tiếp đường tròn là hình thang cân.

****HẰNG ĐẲNG THỨC QUAN TRỌNG:**

1/. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ Chú ý: $\mathbf{a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab}$

2/. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

3/. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

4/. $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

5/. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

6/. $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ $\forall n \geq 2$ ($n \in N$)

GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT- GTLN

A= $(a + b)^2 + c \geq c$ => MinA = c $\Leftrightarrow$ a +b = 0 ....

B = $-(a + b)^2 + c \leq c$ => MaxB = c $\Leftrightarrow$ a +b = 0 ....

CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH THÀNH NHÂN TỬ:

1/.Đặt nhân tử chung: AB $\pm$ AC =A(B $\pm$ C) 2/.Dùng hg. đẳng thức

3/.Nhóm các hạng tử : ax+by–ay–bx = a(x-y)–b(x-y) =(x–y)(a-b)

4/.P. hợp các p pháp .5/ PP tách 1h.tử.6/ PP thêm bớt cùng 1h.tử

Lưu ý: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, trong đó x_1, x_2 là 2 nghiệm của pt $ax^2 + bx + c = 0$

TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA PHÂN THỨC:

Phân tích các mẫu thức thành nhân tử (Biến đổi về tích các nhị thức bậc nhất hoặc tam thức bậc 2 một biến), rồi cho từng nhân tử $\neq$ 0)

CÁC BƯỚC GIẢI BÀI TOÁN = CÁCH LẬP PT (HOẶC HPT):

B1. Đặt ẩn số và điều kiện của ẩn.

B2. Giới thiệu các đại lượng liên quan với ẩn.

B3. Lập PT (HPT) biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng.

B4. Giải phương trình (HPT) và kết luận.

****PHƯƠNG TRÌNH BẬC 2**: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) , $\mathbf{\Delta = b^2 - 4ac}$

. $\Delta > 0$: PT có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

. $\Delta = 0$: PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.$\Delta < 0$: PT vô nghiệm

• Nếu b' = $\frac{b}{2}$ thì áp dụng $\Delta' = b'^2 - ac$

. $\Delta' > 0$: PT có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}; x_2 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$

. $\Delta' = 0$: PT có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$

. $\Delta' < 0$: PT vô nghiệm.

****NGHIỆM ĐB CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC 2**: $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)

-Có 2 nghiệm trái dấu khi a.c < 0

-Có 2 nghiệm dương khi $\Delta \geq 0$; $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} > 0$ và $x_1+x_2 = \frac{-b}{a} > 0$

-Có 2 nghiệm âm khi $\Delta \geq 0$; $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} > 0$ và $x_1+x_2 = \frac{-b}{a} < 0$

- Có 2 nghiệm cùng dấu khi $\Delta \geq 0$ & $\frac{c}{a} > 0$

- Có 2 nghiệm đối nhau khi $\Delta > 0$ & $x_1+x_2 = 0$ ($\frac{-b}{a} = 0$)

- Có 2 nghiệm nghịch đảo nhau khi $\Delta > 0$ & $x_1.x_2 = 1$($\frac{c}{a} = 1$)

- Có 2 nghiệm = nhau (nghiệm kép) khi $\Delta = 0$ ($\Delta' = 0$)

****ĐỊNH LÍ VI-ÉT:**

•Nếu x_1, x_2 là 2 nghiệm của PT $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

thì $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ $\mathbf{{}^*x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}$

•Nếu a+b+c =0 thì x_1 =1, $x_2 = \frac{c}{a}$ •Nếu a–b+c =0 thì x_1 = -1,$x_2 = -\frac{c}{a}$

đ.lí Viét đảo •Nếu 2 số có tổng = S và tích = P thì 2 số đó là 2 nghiệm của PT $x^2 - Sx + P = 0$

(Điều kiện để có 2 số đó là $S^2 - 4P \geq 0$)

**2 đthẳng(d) y=ax+b, (d’) y=a’x+b’.

a: hệ số góc, b: tung độ gốc

1/ (d) // (d’) nếu a= a’, b $\neq$ b’

2/ (d) $\equiv$ (d’) nếu a = a’, b = b’

3/ (d) cắt (d’) nếu a $\neq$ a’

4/ (d) $\perp$ (d’) nếu a . a’ = -1

****HỆ PT BẬC NHẤT 2 ẨN**

$$\begin{cases} ax+by = c & (d) \\ a'x+b'y = c' & (d') \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (-ax+c)\ /\ b \\ y = (-a'x+c')\ /\ b' \end{cases}$$

1/ HPT vô nghiệm nếu (d)//(d’)

2/ HPT có số vô nghiệm nếu (d) $\equiv$ (d’)

3/ HPT có nghiệm duy nhất nếu (d) cắt (d’)

(số nghiệm = số giao điểm 2 đường thẳng)

Hoặc 1/ HPT vô nghiệm nếu $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

2/ HPT có vô số nghiệm nếu $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

3/ HPT có 1nghiệm duy nhất nếu $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

** Sự tương giao giữa đường thẳng(d) y=a’x+b và (P) y= ax^2

Lập PTHĐGĐ: $ax^2 = a'x+b \Leftrightarrow ax^2 - a'x - b = 0$. Lập Δ

-Tiếp xúc :: $\Delta = 0$.

-Cắt ở 2 điểm phân biệt: $\Delta > 0$.

-Không giao nhau: $\Delta < 0$.

* Các công thức được biến đổi từ HĐTĐN liên quan hệ thức VIET

* $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

* $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$

* $x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$

* $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$

* $x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2x_2^2$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \Delta}{2a} \Rightarrow$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

* $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$

* $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2}$

A(x_A,y_A), B(x_B,y_B)

Tính độ dài AB

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

* $(x_1 - 2)(x_2 - 2) = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4$

* $|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2}$

$= \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$